

Câu 1. (3.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}, C = (2 \quad -1 \quad 1)$

- Tính định thức của các ma trận $4A^8 + A^2 A^T A^5, BC$.
- Tìm một cơ sở của các không gian riêng của ma trận A . Hãy chứng tỏ rằng, tổng số chiều của các không gian riêng của ma trận A là bằng 3.
- Viết biểu thức và tìm hạng của dạng toàn phương $g(x_1, x_2, x_3) = X^T A X$, trong đó

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}.$$

Câu 2. (3.5 điểm) Trên không gian \mathbb{R}^3 , cho tập $W = \{(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 / a + b - c = 5\} \subseteq \mathbb{R}^3$ và các véc tơ $u_1 = (1, 2, -1), u_2 = (3, 1, -2), u_3 = (-1, 3, 2), u_4 = (2, -1, 4)$.

- Chứng minh rằng, tập $F = \{u_1, u_2, u_3\}$ là một cơ sở của \mathbb{R}^3 . Tìm tọa độ của véc tơ u_4 trong cơ sở F .
- Tập W có là một không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 không? Vì sao?
- Xét \mathbb{R} là một không gian véc tơ trên chính nó. Hới $S = \{2017; 2018\}$ có là một tập sinh của \mathbb{R} hay không? Vì sao? Hãy chỉ ra một cơ sở của \mathbb{R} .

Câu 3. (1.0 điểm) Cho hàm số $f(x, y) = \begin{cases} x^3 + 3y^4 & \text{khi } (x, y) \neq (2, 1) \\ \alpha & \text{khi } (x, y) = (2, 1) \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$

- Tính $f'_x(3, 2)$.
- Với giá trị nào của α thì hàm số $f(x, y)$ tồn tại đạo hàm riêng theo biến x tại điểm $(2, 1)$ là một số thực.

Câu 4. (1.0 điểm) Tìm cực trị của hàm số $z = x^2 - 4x - \frac{1}{3}y^3 - 4y^2 - 15y$.

Câu 5. (1.0 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 với hệ trục tọa độ Đề-các vuông góc (Oxyz), cho ba mặt phẳng lần lượt có phương trình như sau:

$$(\omega_1): x + y + mz = 3,$$

$$(\omega_2): x + my - z = m + 1,$$

$$(\omega_3): (m + 2)x + 2y - 2z = 2,$$

Tìm tham số m để ba mặt phẳng trên chỉ có một điểm chung duy nhất.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR G1.1], [CĐR G1.4], [CĐR G1.5], [CĐR G2.1].	Câu 1
[CĐR G1.1], [CĐR G2.1].	Câu 2
[CĐR G1.1], [CĐR G1.5].	Câu 3
[CĐR G1.1], [CĐR G1.7], [CĐR G2.1], [CĐR G2.4].	Câu 4
[CĐR G1.1], [CĐR G2.1], [CĐR G2.4].	Câu 5

Ngày 15 tháng 12 năm 2017

Thông qua bộ môn